論 文

Technical Papers

ＳＬ法：線形・非線形計画法の併用によるコストに基づく仮説推論の準最適解計算

SL method for computing a near-optimal solution using linear and non-linear programming methods in cost-based hypothetical reasoning

松尾 豊* 二田 丈之* 石塚 満*
Yutaka Matsuo Tomoyuki Futada Mitsuru Ishizuka

* 東京大学工学部電子情報工学科
Dept. of Information and Communication Engineering, Faculty of Engineering, The University of Tokyo, Tokyo 113-8656, Japan

1997 年 9 月 12 日 受理

Keywords: hypothetical reasoning, linear programming, non-linear programming, local minima, near-optimal solution

Summary

Hypothetical reasoning is an important framework for knowledge based systems due to its theoretical basis and its usefulness for many practical problems. Since its inference time grows exponentially with respect to problem size, its efficiency becomes the most crucial problem when applying it to practical problems. Some approximate solution methods have been proposed for computing cost-based hypothetical reasoning problems efficiently; however, their mechanisms are complex for human to understand. We here present an understandable efficient method called SL(slide-down and lift-up) method, which uses a linear programming technique, namely simplex method, for determining an initial search point and a non-linear programming technique for efficiently finding a near-optimal 0-1 solution. To escape from trapping into local optima, we have developed a new local handler, which systematically fixes a variable to a locally consistent value when a local optimal point is detected. This SL method can find a near-optimal solution for cost-based hypothetical reasoning in polynomial time with respect to problem size. From pictorially illustrated behaviors of the SL method, its simple inference mechanism can be easily understood.

1. ま え が き

常に成立する知識（背景知識）に加え，他の知識と矛盾の可能性を持つ仮説という知識を扱い，与えられたゴール（あるいは観測事実）を説明するのに必要な無矛盾な仮説の集合（解仮説）を求める仮説推論は，基盤性と実用性を兼ね備えた知識処理の有用な枠組である [石塚 96]．しかし，仮説推論は非単調推論の一種となるため，推論速度が十分でないことが実用上最も大きな問題になる．

仮説推論の高速化については現在までに各種の手法が提案されているが [石塚 94,96]，知識を与えられたままの形で扱う従来からの記号操作的なアプローチに代わり，最近では仮説推論を等価な数理計画問題に帰着して連続値空間で解を探索するアプローチが大きな成果を挙げている [石塚 97]．GSAT 等で著名な B.Selman 等は，最近の論文 [Selman 97] で命題表現に対する高速推論の重要性を主張し，今後の一つのチャレンジ課題として 0-1 整数計画法の活用を挙げているが，筆者らはこのアプローチの有用性にいち早く着目してきた．

これまでの研究としては，コストに基づく仮説推論 [Charniak 90] の準最適解計算において，0-1 整数計画の効率的近似解法である掃出し補数法 [Balas 80] を利用した方法 [岡本 93]，掃出し補数法の探索動作を知識ネットワーク上での眼に見える形にし，知識構造を利

用して効率化を図れるようにしたネットワーク化バブル伝播法 [大澤 94,95,Ohsawa 97] 等が挙げられる．特にネットワーク化バブル伝播法は，仮説数 Nに対して $N^{1.4}$という低次多項式時間の高速推論を達成している．

これらの手法の真髄は，0-1 解の条件を緩和した線形計画を効率的な単体法（simplex 法）で解き，この実数最適解を初期探索点とした周囲の近傍探索により，準最適となる 0-1 解を求めることである．しかし，局所最適点への捕捉からの回避などのために巧妙な近傍探索が必要となり，動作メカニズムが複雑になり理解しにくくなっていた．

一方，J.Gu は仮説推論とも関係が深い SAT 問題を拘束なし非線形計画問題に変換して解く方法を考案している [Gu 93,94, 石塚 97]．非線形計画法の解法には最急降下法，ニュートン法，準ニュートン法，共役勾配法などがあるが，関数の谷へ向かって降下していく近傍探索という点で直観的に理解しやすい．しかし，Gu の手法のままでは初期探索点に依存して単解を求めるものであり，局所最適点への捕捉問題に対しては初期探索点のランダムな再設定による再スタートを行なうので,（準）最適解探索には使用できない．

筆者らは線形計画の単体法による初期探索点（実数最適解）の決定と，非線形計画法の理解し易い近傍探索による 0-1 準最適解を求める，線形・非線形計画法の併用によるコストに基づく仮説推論法の考案，開発を行なってきた [二田 95,97]．しかし，局所最適点へ陥ることが多く発生し，その際の有効な脱出の手段が定められないことが問題であった．本論文では，この問題に対処する変数の固定化という有効な脱出法を備えた手法を示す．固定化は，局所的に極小となる点において仮説推論問題のローカルな誤りを正し探索を再開するというもので，従来の探索点のランダムな再設定による脱出法に比べ，問題の知識構造を利用したよりシステマティックな方法である．

非線形関数の谷に向かう降下（Slide down）と，固定化による極小点からの脱出を図る変数への値の設定による床上げ操作（Lift up）を交互に繰り返すことから，我々はこの手法を SL 法（Slide-down and Lift-up method）と呼ぶことにする．SL 法による探索動作を視覚化して示し，非常に理解しやすいメカニズムで，かつネットワーク化バブル伝播法に近い推論効率が得られることを示す．

本論文では，Gu の手法と対比的に述べている部分も多いが，Gu の手法は SAT 問題における単解を求めるものであり，仮説推論の準最適解を得る本手法とは対象とする問題が異なることを強調しておく．なお，本論文で対象とするのは矛盾制約と命題ホーン節で表される仮説推論問題である．

2. 線形・非線形計画法への置き換えと併用による解法

SL 法のもととなった線形・非線形計画法への置き換えによる仮説推論法の概要を示す．

まず，仮説推論問題を 0-1 線形計画問題へ置き換える際の，知識の線形不等式への変換には幾つかの方法があるが [石塚 97]，ここでは Santos[Santos 94] が用いた以下の変換法を採用する．これは論理変数 $p1$，$p2$，qなどの真／偽を 1 ／ 0 に対応させ，以下のようにホーン節知識を不等式制約に変換する．

$$q \leftarrow p1 \wedge p2 \tag{1}$$

を

$$q \leq p1,\ q \leq p2,\ p1 + p2 - 1 \leq q \tag{2}$$

に変換する．また

$$q \leftarrow p1 \vee p2 \tag{3}$$

（$q \leftarrow p1$ と $q \leftarrow p2$ を合わせたもの）

を

$$p1 \leq q,\ p2 \leq q,\ q \leq p1 + p2 \tag{4}$$

に変換する.（この変換法は生成される不等式数が多くなってしまうが，ある範囲の問題に対して単体法のみで 0-1 解が得られることが明らかにされているという大きな利点がある [Santos 96].）

矛盾制約は頭部を偽（false），0 にして表現する．仮説推論のゴール（説明や原因を仮説として生成することが要請される観測事象や，具体的設計を仮説として生成することが要請される設計仕様など）は，充たされることが制約となるので真（true），1 に設定する．

可能な要素仮説を $h1, h2, h3, \cdots$，その重みをそれぞれ $w_1, w_2, w_3, \ldots$ とし，解仮説として採択された要素仮説は $hi = 1 (i = 1, 2, \cdots)$，解仮説に含まれない要素仮説は $hi = 0$ となるようにする．そしてコストを

$$\mathrm{cost} = w_1 h1 + w_2 h2 + w_3 h3 + \cdots$$

に設定すれば，これは解仮説に含まれる要素仮説の重みの和を表すことになる．このコストを目的関数とし，生成された線形不等式制約のもとで最小化を達成する 0-1 解を求めれば，コストに基づく仮説推論の最適解が得られることになる．

これは 0-1 線形計画問題となる．その効率的な近似解法である掃出し補数法 [Balas 80, 石塚 96 の 5.3.4 節]

では，まず0-1整数条件を緩和した線形計画の単体法で実数最適解を求め，これを初期探索点として巧妙な近傍探索を行なうことによって準最適な0-1解を求める．単体法の実数最適解を探索の初期点に利用することは，効率的な準最適解探索に非常に有効であるのでこれは活用し，複雑で見通しが悪くなっている近傍探索部を，より見通しの良い非線形計画問題の解法を利用して実現を図ることを考える．

GuはSAT問題を制約なし非線形計画問題に変換して解く方法を示しているが[Gu 93,94, 石塚 97]，命題ホーン節表現の仮説推論知識の場合のこれに準拠した変換法は以下のようになる．

- ルール頭部に複数回出現する変数については，以下のように新変数の導入による書き換えと，本体が選言のルールを生成する．
  〔例〕$q \leftarrow p1 \wedge p2$，$q \leftarrow p3 \wedge p4$ のとき，
  $q1 \leftarrow p1 \wedge p2$，$q2 \leftarrow p3 \wedge p4$，$q \leftarrow q1 \vee q2$ に置き換える．
  （これは，OR関係のルールが存在する場合も次の完備化を有効にするためである．）
- 各ルールに対して完備化を行う（完備化は $q \leftarrow p$ を $q \leftarrow p$ かつ $q \rightarrow p$ とする操作であり，$\{q \text{ if } p\}$ を $\{q \text{ if and only if } p\}$ とすることに対応する．論理の含意解釈は，例えば $q \leftarrow p$ に対して qが真であるときは p は真でも偽でも $q \leftarrow p$ は真となる．従って，このままであると仮説推論で必要とされるゴール指向のボトムアップ推論が働かないことから，完備化を施す必要がある．）．

以上の操作をした上で，問題を次のようにして生成する非線形関数の最小値0をもたらす解を見出だす問題に変換する．

- （命題）変数の真／偽をそれぞれ1／-1に対応させる．
- 変数 x，$\neg x$ をそれぞれ $(x-1)^2$，$(x+1)^2$ に書き換える．
- 連言（$\wedge$），選言（$\vee$）をそれぞれ算術記号$+$，$\times$ に置き換える（各節は論理的に連言で結合されていることに注意）．

例として以下の知識ベースで表される仮説推論問題を考える．

$1 \leftarrow g.$
（gはゴールで満たされることが要請される）

$g \leftarrow a \wedge b.$，$a \leftarrow h1 \wedge c.$，$b \leftarrow h2 \wedge c.$

$c \leftarrow h3 \wedge h4.$，$c \leftarrow h5 \wedge h6.$

$inc \leftarrow h1 \wedge h4.$（$inc$は矛盾を表し空節と等価）

完備化によって生成される論理式は次のようになる．

$1 \leftarrow g.$

$g \leftarrow a \wedge b.$，$a \leftarrow g.$，$b \leftarrow g.$，

$a \leftarrow h1 \wedge c.$，$h1 \leftarrow a.$，$c \leftarrow a.$，

$b \leftarrow h2 \wedge c.$，$h2 \leftarrow b.$，$c \leftarrow b.$，

$c1 \vee c2 \leftarrow c.$，$c \leftarrow c1.$，$c \leftarrow c2.$，

$c1 \leftarrow h3 \wedge h4.$，$h3 \leftarrow c1.$，$h4 \leftarrow c1.$，

$c2 \leftarrow h5 \wedge h6.$，$h5 \leftarrow c2.$，$h6 \leftarrow c2.$，

$inc \leftarrow h1 \wedge h4.$

そして最小値0となる状態を見出だす非線形関数は次のようになる．

$$
\begin{aligned}
f = {} & (g-1)^2 \\
& +(g-1)^2(a+1)^2(b+1)^2 \\
& +(g+1)^2(a-1)^2+(g+1)^2(b-1)^2 \\
& +(a-1)^2(h1+1)^2(c+1)^2 \\
& +(a+1)^2(h1-1)^2+(a+1)^2(c-1)^2 \\
& +(b-1)^2(h2+1)^2(c+1)^2 \\
& +(b+1)^2(h2-1)^2+(b+1)^2(c-1)^2 \\
& +(c+1)^2(c1-1)^2(c2-1)^2 \\
& +(c-1)^2(c1+1)^2+(c-1)^2(c2+1)^2 \\
& +(c1-1)^2(h3+1)^2(h4+1)^2 \\
& +(c1+1)^2(h3-1)^2+(c1+1)^2(h4-1)^2 \\
& +(c2-1)^2(h5+1)^2(h6+1)^2 \\
& +(c2+1)^2(h5-1)^2+(c2+1)^2(h6-1)^2 \\
& +(h1+1)^2(h4+1)^2 \qquad (5)
\end{aligned}
$$

ここでは各要素仮説の重みは考慮されておらず，$f=0$ となる解が見つかったとしても解仮説のコスト最小性は達成されない．しかし線形計画の単体法によって得られる実数最適解を初期探索点とした近傍探索により，この非線形関数の最小化を行えば，準最適な解仮説が求められる．

上記のようにして生成される非線形関数の特徴的な点は，1つの変数について高々2次式であることである．これは1つの命題ホーン節中に同一変数が2回出現しないことによる．

3. 非線形関数への置き換え法の改善

以上の線形・非線形計画法の併用によるコストに基づく仮説推論の準最適解計算法は見通しの良い推論メ

カニズムを与えるが，大きな問題は非線形関数の最小化プロセスで局所最適点に陥り，最小値の0に達しないことが頻繁に発生することである．この問題を軽減するまず第一の方策として，非線形関数への置き換え法の改善を行う．

2章の非線形関数が局所的な極小値に陥る簡単な例を示し，考察する．(以下で ( ) 内はある状態で変数のとる真理値を表す.)

$$\begin{aligned} &\cdots \\ a(\text{false}) &\leftarrow b(\text{true}) \wedge c(\text{false}) \wedge d(\text{true}) \quad (6) \\ c(\text{false}) &\leftarrow e(\text{false}) \vee p(\text{true}) \quad (7) \\ &\cdots \end{aligned}$$

この例では，式(7)が間違っている状態に陥ったため，全体の非線形関数の値が0にならない．式(6)と式(7)は完備化を施され**2章**の非線形関数に置き換えると，それぞれ以下の式(8)，(9)のように表される．

$$\begin{aligned} &(a-1)^2(b+1)^2(c+1)^2(d+1)^2 \\ &\quad + (a+1)^2(b-1)^2 + (a+1)^2(c-1)^2 \\ &\quad + (a+1)^2(d-1)^2 \qquad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(c+1)^2(e-1)^2(p-1)^2 \\ &\quad + (c-1)^2(e+1)^2 \\ &\quad + (c-1)^2(p+1)^2 \qquad (9) \end{aligned}$$

cはこの部分だけに出現するとし，cを変動させる場合について考えると，上式のcについての偏微分はそれぞれ次のようになる．

$$\begin{aligned} &(-1-1)^2(1+1)^2(2(c+1))(1+1)^2 \\ &\quad + (-1+1)^2(2(c-1)) = 128(c+1) \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &2(c+1)(-1-1)^2(1-1)^2 \\ &\quad + 2(c-1)(-1+1)^2 \\ &\quad + 2(c-1)(1+1)^2 = 8(c-1) \qquad (11) \end{aligned}$$

これらは式(5)のように加算されて$\partial f/\partial c$となるので，cについての偏微分は$136c+120$となる．一変数について関数fは2次式なので，$c=-120/136$の時にfは最小となる．すなわち，cはほぼ偽から動くことができない．

この例から**2章**に記したGuの方法に準拠する非線形関数への変換を用いると，子ノード*1の多い親ノード*1で，ある子ノードの真偽によって親ノードの真偽が決まるときに問題が生じる．すなわち，その子ノードの変数の係数が2の累乗になってしまうため，この影響が強くなりすぎて，他のホーン節の頭部に現れる同一変数の真偽が誤った値に固定されてしまうことになる．ここで問題になるのは，pが真であるときに$(p+1)^2$が2^2になるためであり，ホーン節本体のアトム数により，係数が2の累乗のオーダで大きさが異なってくることである．

そこで，真 $=1$，偽 $=-1$ と置き換えるのではなく，真 $=0.5$，偽 $=-0.5$ と置き換え，x，$\neg x$ を $(x-0.5)^2$，$(x+0.5)^2$ と書き換える．これによって，pが真であるとき，$(p+0.5)^2=1$とすることができる．そして，各項間の係数のアンバランスをなくする．

このとき，上記の例では非線形関数のcについての偏微分は$4c$となり，$c=0$でcについて最小値となる．すなわち，非線形関数の最小化プロセスで式(6)，(7)の両者を充たす方向として，cには中立的な位置に向かうような力が働く．そして，他の変数との関係で，cとpが偽，あるいはcとaが真になる位置へと向かうようになる．これによりGuの方法に準拠の非線形関数では局所最適点に陥るような場合でも，そのような事態が生じないですむ．

整理して記すと，ここで用いる非線形関数への新しい置き換え法は次のようになる．

- 変数の真／偽をそれぞれ0.5／−0.5に対応させる．
- 変数x，$\neg x$をそれぞれ$(x-0.5)^2$，$(x+0.5)^2$に書き換える．
- 連言（∧），選言（∨）をそれぞれ+，×に置き換える．

このような非線形関数を用いることで，各ホーン節本体のアトム数に関係なく，関数の各積項が0から1の間の値をとるようになる．これによって，全体的なバランスが良くなり，非線形関数最小化プロセスが片寄った動きをせず，局所最適点への捕捉も減少する．

4. 局所最適点からの脱出法としての変数の固定化

上記の改善した新しい非線形関数を用いても，最小化プロセスはなお局所最適点に陥り，関数値0の最適点に至らないことがある．変数値が正であるノードやゴールノードなどは，問題を表すネットワークが整合するように周りのノードを正に向かわせ，変数値が負であるノードや違反している矛盾制約は周りのノードを負に向かわせるため，これらが全て釣り合った点が極小点となるからである．

例えば，次の問題は非常に単純な問題であるが，初期値を全て偽 (すなわち−0.5) とすると，局所最適に陥る．負である$h1$，$h2$，$h3$，$h4$がa，bを負に向かわ

*1 ホーン節命題論理表現は出現する命題変数をノードとするAND／ORネットワークで表すことができる．この場合，ホーン節頭部変数が親ノード，本体変数が子ノードとなる．

せているために，ゴールノード gは真になることができない．

$$g \leftarrow a \wedge b.$$
$$a \leftarrow h1 \wedge h2.$$
$$b \leftarrow h3 \wedge h4.$$

このような簡単な問題でも局所最適に陥ることから，より複雑な問題ではこの非線形関数は非常に多くの 0 でない極小点を持つことが理解できるだろう．

この解決法を考えるために，再び局所最適に陥った例を挙げる．

$$\begin{array}{ll} & \cdots \\ a(\mathrm{false}) & \leftarrow b(\mathrm{true}) \wedge c(\mathrm{true}) \wedge d(\mathrm{false}). \quad (12) \\ d(\mathrm{false}) & \leftarrow e(\mathrm{true}) \wedge p(\mathrm{true}) \wedge q(\mathrm{true}). \quad (13) \\ & \cdots \end{array}$$

関数値が 0 にならず極小に陥るということは，必ずいずれかのホーン節を満たしていない訳であるが，この例では d に関して，上位ノードからの要求（d が偽であること）と下位ノードからの要求（d が真であること）が異なるため，式 (13) を満たしていない．このような場合，a のさらに上位ノードも a が偽であることを要求していたり，e，p，qの下位ノードもそれらが真であることを要求していたりするので，問題は単純ではない．

そこで，d を真とするか，もしくはe，p，qのいずれかを偽とすることによって，強制的に注目したホーン節を満たし，局所最適点からの脱出を図る．問題が解けない場合には，解の要素仮説が不足でゴールが充たされない場合と，矛盾制約に違反する場合の２つがあるが，前者を解消させる方向を優先させる．（実験的にも単体法の実数最適解を初期点とする探索では，真とする要素仮説が不足の状態の要素が強いので，この方策が有効となる．）この場合，上位ノードからの要求と下位ノードからの要求が異なる場合，そのノードを真とするようにする．

さらに，あるノードを真としたいとき，その変数に初期値として 0.5 を代入し探索を再開すると，この関数は１変数に関しては２次式であるから，多くの場合その変数は元の負の値に戻ってしまい同じ局所最適点に陥る．そのために，**0.5 を代入しその後の探索では定数とみなすという操作が必要になる．これは，より強い意味での 0.5 の代入であり，以後固定化と呼ぶことにする**．ある変数の固定化の影響は非線形関数最小化のプロセスで他変数にも及ぶことになる．

固定化の対象となるのは，次のような条件を満たすノードである．（なお，ここでの固定化は真であるノードを増やす操作であるので，矛盾制約にだけ関係する部分は固定化の対象としない．）

(1) 偽である場合のゴールノード

(2) AND 関係の子ノードが全て真であるのに，偽である親ノード

(3) OR 関係の子ノードが真であるのに，偽である親ノード

(4) 親ノードが真であるのに，偽である AND 関係の子ノード

(5) あるノードが真で，その OR 関係の子ノードが全て偽であれば，その内の１つの子ノード

局所最適点に陥ったら (1) から順に調べてみて，該当する変数が１個あれば，固定化し探索を再開する．同時に何個か固定化するよりも，１つの変数を固定化し探索を再開する方が，単体法による実数最適解から離れることを避けることができる．

(2)，(3) は下位ノードからの要求であり，ゴールの証明に必ずしも必要であるとは限らないが，矛盾制約も考慮して値が選ばれている訳であるので，矛盾制約に違反する恐れは少ない．しかし，(4)，(5) は，ゴールの証明には必要であるかもしれないが，下位ノードが偽であるということは，これを真にすると矛盾の制約に違反する可能性も大きい．これらの理由から，上記の優先順位を採用した．

(5) は一義的に決まらないが，変数値の大きいノードほど，そのノードが真である場合の下位ノードの許容度が高いと考えられるので，最も変数値の大きいノードを選ぶ．この処理を **OR ノード選択フェーズ**と呼ぶ．なお色々実験を行ったが，(2)，(3)，(4) の順番を入れ換えても，それほど大きな差はない．

固定化により，探索が固定化前の方向に向かうことがなく，また変数が１つ減るので必ず有限回の処理でアルゴリズムは停止する．また，極小に陥っても順次真である変数が増えていくため，矛盾制約のない問題に関しては全て解を得ることが保証される．解が得られた後に解コスト改善フェーズを行い，不必要な要素仮説を除去することで準最適解となる．

しかし，間違ったノード（変数）を固定化したため，矛盾制約に違反し，問題が解けなくなることがある．その原因として，次の２つが考えられる．

(i) 途中で偽となるべきノードが真に固定化されたため，矛盾が発生した．

(ii) OR ノード選択で，真となるべきノードと異なるノードを真に固定したため，矛盾が発生した．

(i) の場合に対応するには，最後に得られた解仮説

(矛盾制約には違反しているが，問題のネットワークの他の部分は整合) から，矛盾制約に違反しなくなる様に要素仮説を減らせないか試す（**冗長判定フェーズ**）.

(ii) の場合に対応するには，OR ノード選択フェーズにおいて，実際に選んだのと異なる OR 子ノードを仮に選ぶ場合をストックしておき，探索が失敗したら，OR ノード選択フェーズから再スタートするという処理が必要になる．なお，このようなアルゴリズムを用いるとバックトラックを認めることになるが，実験結果からこの処理が行なわれる確率は小さく，効率上の大きな問題にはならない.

もちろん，OR ノードは普通は非線形関数最小化の探索によって選択されるが，その際誤った OR ノードが選択されても対応する手段がない．しかし，OR ノードを非線形関数を用いる探索で決定するところにこの手法の要点があり，このような場合不都合となるのは仕方がない．局所最適点から脱出する固定化により探索の次の状態へと進むことになる.

なお，このような固定化という処理は，改善した置き換え法を用いることにより効果的になる．Gu の非線形関数への置き換え法では，探索による OR ノード選択の間違いが多く生じ，各項の大きさの違いも極小の原因となり，誤ったノードを固定化する確率が大となってしまう.

5. 極小点の判定

SL 法のように非線形関数の大域的最適化問題においては，極小点における停止規則が重要である．極小点であることは有限回のループでは保証できないため，常にある程度誤差を含んだ極小点判定の必要があり，手間と信頼性のトレードオフが重要な課題となる．通常，このような停止規則は問題に応じて決められる.

我々の SL 法では，非線形関数 f に対し ∇f の大きさは次のようになる.

$$|\nabla f| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2} \qquad (14)$$

ここで，ルートの中の項は各変数についての f の偏微分の 2 乗の和であるが，1 変数についての f の偏微分は，f においてその変数が出現する項の偏微分の和であり，各項が-2 から 2 の間の値をとることを考えると，その大きさは項の数によって決まる．言い換えれば，対応するノードに隣接する子ノードと親ノードの数によって決まり，これは問題の規模（総ノード数）には関係がなく，ネットワークの複雑さに関係する．ルートの中の項の数は，総ノード数であり，これは問題のノード数 n に比例して増える.

そこで，SL 法において ∇f を用いて停止規則を決めるには，次のように正規化することが妥当であるとした.

$$if \quad \frac{|\nabla f|}{\sqrt{n}} < |\nabla f_{min}| \quad then \ \text{極小点と判定}$$

なお，∇f_{min} は閾値で定数である.

6. 解コスト改善フェーズ

探索が終了して解が得られた後にコストの改善を行う．そのアルゴリズムは，解仮説の中の要素仮説をコストの高いものから順にチェックし，一時的に偽にしてもゴールが証明できるなら解仮説を外す，というものである．0-1 整数計画法の近似解法である掃出し補数法 [Balas 80, 石塚 96] でも用いられているものである．簡単なアルゴリズムであるが，計算時間と効果のトレードオフを考えると，この方法が最も優れていると思われる.

7. SL 法のアルゴリズム

以下に SL 法のアルゴリズムを整理して示す．なお，非線形関数の最小化の探索には最急降下法を用いる.

(1) **＜初期フェーズ＞** 与えられた制約から 0-1 整数条件を外した線形計画問題を単体法によって解く．これを探索フェーズの初期点とする.

(2) **＜非線形関数への置き換え＞**与えられた制約を改善した置き換え法により非線形関数に置き換える.

(3) **＜探索フェーズ＞** 非線形関数の最小値 0 を見出だす探索を行なう．-0.5 ／ 0.5 への丸めにより関数値が 0 になれば終了し (6) へ．極小点に陥った場合には (4) へ.

(4) **＜固定化＞** 次の条件を満たすノードを 1 つ固定化し (3) へ．固定化の対象がなければ (5) へ.
   - (a) 偽である場合のゴールノード
   - (b) AND 関係の子ノードが全て真であるのに，偽である親ノード
   - (c) OR 関係の子ノードが真であるのに，偽である親ノード
   - (d) 親ノードが真であるのに，偽である AND 関係の子ノード
   - (e) **＜OR ノード選択フェーズ＞** あるノードが真で，その OR 関係の子ノードが全て偽で

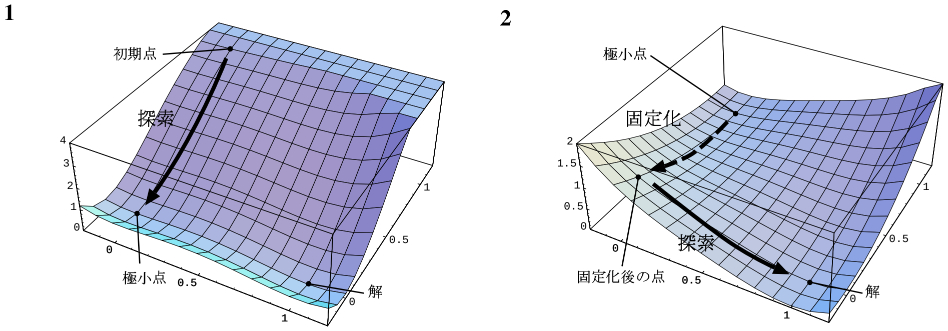

図1 探索の様子 (例1)

あれば，その内最も値の大きい子ノード

(5) **＜冗長判定フェーズ＞** (4) で固定化の対象がないということは，矛盾制約を除く全てのホーン節が整合していることを意味する．従って，ゴールノードを真に保ったまま矛盾制約も違反しないように，真となっている要素仮説を減らすことができるか試みる．成功したら (6) へ．失敗したら (4e) から再スタート．再スタートの候補もなければ探索失敗．

(6) **＜改善フェーズ＞** 真となっている要素仮説を一時的に偽としてもゴールの証明が可能か試みる．成功したらこの仮説と証明試行中に偽となるノードを偽とする．

8. SL 法の動作の図示

単体法による実数の初期探索点からスタートし，非線形関数の最小化プロセスを基本とする SL 法は，動作が理解しやすいことが大きな特徴である．SL 法における探索の動作を視覚的に分かりやすく表すために，探索空間の図示を行う．

図示するに当って，多変数による多次元空間の状態をどのように表示するかが問題であり，単に２変数を軸にしたような表示法は不十分である．探索，固定化という各ステップの前の点と現在の点を結ぶ方向と，現在の点と解を結ぶ方向の２つのベクトルを軸とし，関数値を高さにとり図示すると分かりやすくなる．図示は各ステップの前の点を $(0, 1)$，現在の点を $(0, 0)$，解の点を $(1, 0)$ にとり表示する．

図 1は１回の固定化で解にたどり着くことのできる例である．初期点から出発し，図の中程のわずかに盛り上がった部分のために解にたどり着くことができず極小点に陥る（1）．次に，固定化によって探索点を山の上に引き上げることで，最小化の探索プロセスにより解にたどり着くことができることを示している（2）．

これは１回の固定化で解にたどり着いた例であるが，もう少し複雑な例を示す．図 2は解にたどり着くまでに４回の固定化が必要であった例である．最小化の探索（Slide-down）と固定化（Lift-up）を繰り返していることが良く分かると思う．

なお表示には Mathematica を使用した．

9. 実験結果と評価

SL 法のシステムは C 言語で記述し，SGI Onyx 上で実行した．各ホーン節本体のアトム数は２〜７個，どのアトムも知識ベース上での出現数の上限は１０としている．極小点判定の閾値である ∇f_{min} は 5.0×10^{-3} とした．

改善前，改善後の非線形関数への置き換え法において，それぞれ単体法，非線形関数の探索（固定化なし），固定化，OR ノード選択フェーズからの再スタートのどのプロセスまでを用いて解が得られたかを表 1に示す．問題１１１問中，改善前の置き換え法において，非線形関数の探索で初めて解が得られた９問は，改善後の置き換え法においても全て非線形関数の探索で解を得ることができた．同様に，改善前の置き換え法において，固定化を用いて初めて解が得られた３８問は，改善後の置き換え法において，１問（再スタートを用いて解が得られた）を除き全て固定化までで解を得ることができた．表 1より改善した非線形関数への置き換え法の効果が理解できよう．また，改善後の置き換え法で再スタートまで用いる SL 法では探索失敗は１１１問中１問であり，得られた解コストは NBP 法（ネットワーク化バブル伝播法 [大澤 94,95,Ohsawa 97]，ほぼ全ての問題で最適コストから３番目以内の解が得られることが分かっている）と同程度であった．

図 3に SL 法による推論速度の実験結果を示す．SL 法はノード数個の探索空間上で探索を行なうため，横軸にはノード数をとった．また，単体法は多項式オー

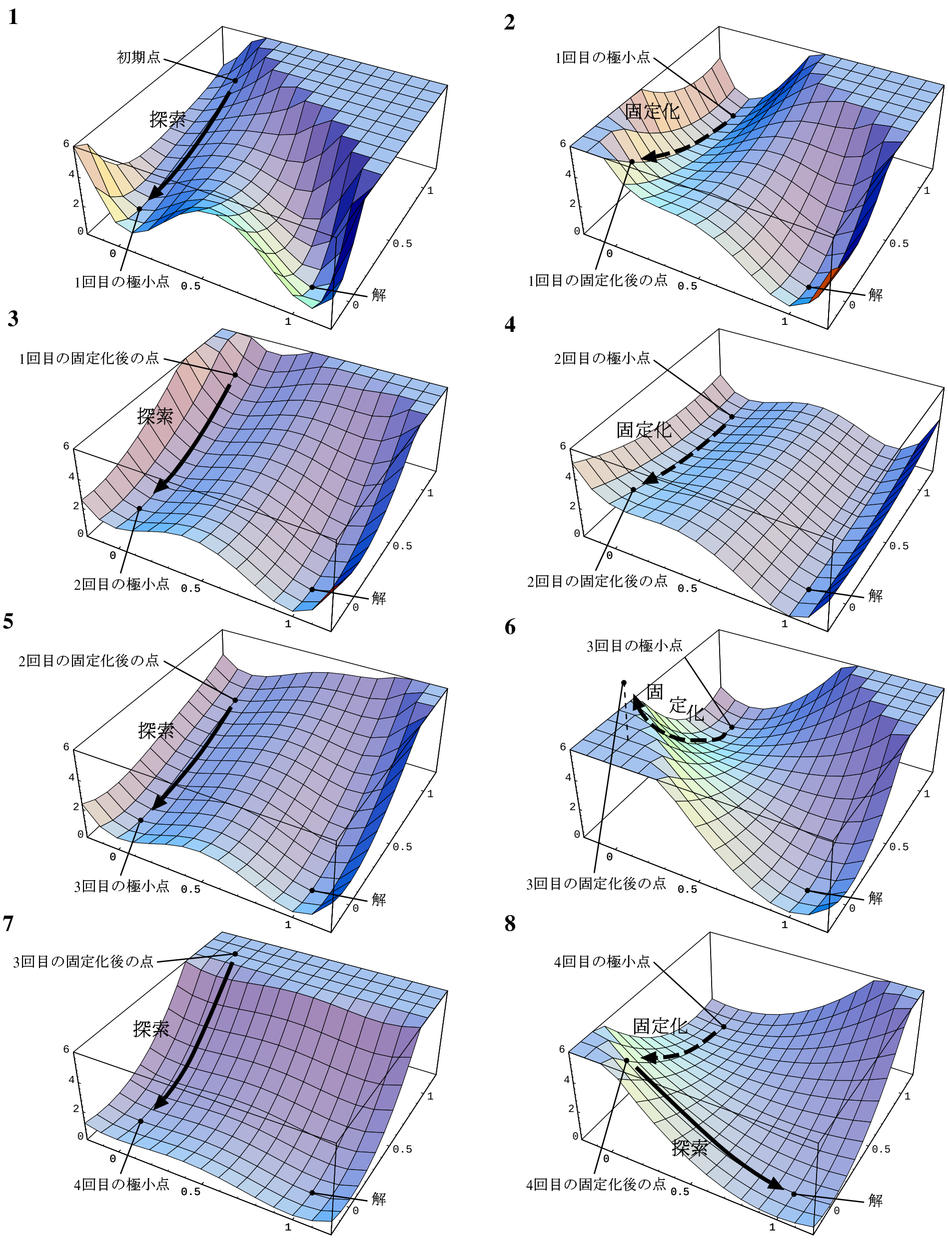

図 2　探索の様子（例 2）

表 1　非線形関数への置き換え法の改善による効果（数字は解の得られた問題数）

非線形関数への置き換え法	単体法	+探索（固定化なし）	+固定化	+OR ノード選択フェーズからの再スタート	失敗
改善前	41	9	38	0	23
改善後		20	41	8	1

ダの計算時間であることが分かっているので，単体法のみで計算が終了しないケースだけについて平均をとり，縦軸には単体法の計算時間を除いた推論時間をとった．実験結果を近似的に評価すると，ノード数 n の約 1.8 乗（$n^{1.8}$）程度の計算時間を達成している．

なお，SL 法は大域的最適化の手法を用いているため，極小点の判定が計算時間に大きな影響を与え，その理論的推論速度の計算は困難であるため，実験によ

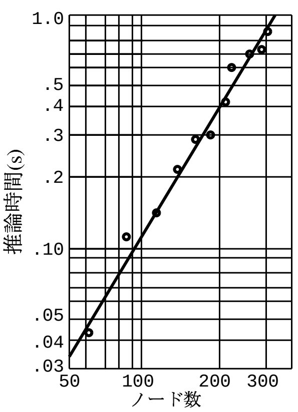

図 3　SL 法によるコストに基づく仮説推論の推論時間

る評価にとどめる．

10. む　す　び

SL 法という非線形関数の最小化による探索と単体法による初期探索点の決定，極小点からの固定化による脱出によるコストに基づく仮説推論の高速解法を示した．NBP 法と比べると現状では推論速度は幾分劣るが，推論動作が非常に簡素で理解しやすいことが大きな特徴であり，今後の発展，応用を考える上で重要であろう．また，単体法以降は必要なメモリが少ないことも特徴である．

非線形関数への置き換え法の更なる改善等により，更に性能向上が図れると考えられる．コストに基づく仮説推論を対象に開発した手法だが，他の制約に基づく知識処理にも，単体法による初期探索点の決定，局所最適点への捕獲からのシステマティックな脱出法などの点で，有効な考え方を提供するものと考えている．システマティックな高速推論の達成に向けて，整数計画法の活用は今後の重要な課題であるが [Selman 97]，その具体的なアプローチを提示していると思う．

◇ 参　考　文　献 ◇

[Balas 80]　E.Balas and C.Martin: Pivot and Complement – A Heuristic for 0-1 Programming, Management Science, Vol.20, pp.86–96 (1980).

[Charniak 90]　E.Charniak and S.Shimony: Probabilistic Semantics for Cost Based Abduction, Proc.AAAI-90, pp.106–111 (1992).

[二田 95]　二田，大澤，石塚：線形・非線形計画法の併用による高速仮説推論，情処第 50 回全大 5P–8 (1995.3).

[二田 97]　二田，石塚：掃出し補数法の簡略化によるコストに基づく仮説推論，情処第 54 回全大 5G–10(1997.3).

[Gu 93]　J.Gu: Local Search for Satisfiability (SAT) Problem, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol.23, No.4, pp1108–1129 (1993).

[Gu 94]　J.Gu:　Global Optimization for Satisfiability Problem, IEEE Trans. on Knowledge and Data Engineering, Vol.6, No.3, pp.361–381 (1994).

[石塚 94]　石塚：仮説推論の計算量と高速化メカニズム，人工知能学会誌，Vol.9，No.3，pp.342–349 (1994).

[石塚 96]　石塚 満：知識の表現と高速推論，第 6 章，丸善 (1996).

[石塚 97]　石塚，原：数理計画法と AI の推論，人工知能学会誌 Vol.12, No.2, pp.179–187 (1997).

[岡本 93]　岡本，石塚：整数計画法の近似解法を適用した準最適解計算の高速仮説推論法，人工知能学会誌，Vol.8，No.2, pp.222–229 (1993).

[大澤 94]　大澤，石塚：仮説推論における準最適解を多項式時間で計算するネットワーク化バブル伝播法，電子情報通信学会論文誌 D-2 Vol.t77-D-2，No.9，pp.1817–1829 (1994).

[大澤 95]　大澤，石塚：改良型ネットワーク化バブル伝播法による低次多項式時間仮説推論法，人工知能学会誌，Vol.10，No.1, pp.123–130 (1995).

[Ohsawa 97]　Y.Ohsawa and M.Ishizuka: Networked Bubble Propagation: A Polynomial-time Hypothetical Reasoning for Computing Near Optimal Solutions, Artificial Intelligence, Vol.91, No.1, pp.131–154 (1997).

[Santos 94]　E.Santos,Jr.: A Linear Constraint Satisfaction Approach to Cost-based Abduction, Artificial Intelligence, Vol.65, pp.1–27 (1994).

[Santos 96]　E.Santos,Jr. and E.S.Santos: Polynomial Solvability of Cost-based Abduction, Artificial Intelligence, Vol.86, pp.157–170 (1996).

[Selman 97]　B.Selman, H.Kautz and D.McAllester: Ten Challenges in Propositional Reasoning and Search, Proc. IJCAI-97, pp.50–54, Nagoya (1997).

〔担当委員：辻野克彦〕

著　者　紹　介

松尾　豊

1997 年東京大学工学部電子情報工学科卒業．現在同大学院修士課程 2 年在学中．数理計画法を利用した高速推論法の研究，電力システムにおける潮流の最適化の研究を行っている．
〈matsuo@syl.t.u-tokyo.ac.jp〉

二田　文之（正会員）

1995 年東京大学工学部電子情報工学科卒業．1997 年同大学院修士課程修了．同年，電源開発（株）入社．在学中に数理計画法を利用した高速推論法の研究に従事．　〈den11358@epdc.co.jp〉

石塚　満（正会員）

1971 年東京大学工学部電子卒業．1976 年同大学院博士課程修了．工学博士．同年 NTT 入社，横須賀研究所．1978 年東京大学生産技術研究所助教授，同教授を経て，1992 年より工学部電子情報工学科教授．研究分野は人工知能，知識処理，マルチモーダル擬人化エージェント，ネットワーク化知的情報環境．IEEE，AAAI，情報処理学会，電子情報通信学会，映像情報メディア学会，画像電子学会等の会員．
〈ishizuka@miv.t.u-tokyo.ac.jp〉